

梯度场麦克斯韦线圈磁场及磁场梯度分析

孙晓洁^{1,2,3}, 丁昊^{1,2,3}, 董鹏^{1,2,3}

1. 中国航天科技集团有限公司 超精密航天控制仪器技术实验室, 北京 100094;
- (2. 中国航天科技集团有限公司 量子工程研究中心, 北京 100094;
3. 北京航天控制仪器研究所, 北京 100094)

摘要: 在地质勘探、军事导航、医学诊断、目标磁异探测等领域迫切需要研制高精度的磁场梯度测量装置。设计了一种梯度场麦克斯韦线圈, 用于对高精度磁场梯度仪进行标校。运用毕奥-萨伐儿定律, 首先推导出梯度场麦克斯韦线圈在中心处磁场各分量的分布, 然后通过数值仿真绘制出该线圈的磁场强度分布、磁场梯度分布及等值线图。结果表明, 在相同的线圈匝数、激励电流和线圈半径条件下, 梯度场麦克斯韦线圈产生的磁场梯度均匀区域达到 0.602 m^2 , 比反亥姆霍兹线圈产生的磁场梯度均匀区域大 15 倍, 且产生磁场梯度的均匀性也优于反亥姆霍兹线圈。

关键词: 梯度场麦克斯韦线圈; 反亥姆霍兹线圈; 磁场; 磁场梯度

中图分类号: TM142

文献标识码: A

文章编号: 1001-3830(2020)02-0016-04

DOI: 10.19594/j.cnki.09.19701.2020.02.004

Analysis on magnetic field and its gradient of the gradient field Maxwell coil

SUN Xiao-jie^{1,2,3}, DING Hao^{1,2,3}, DONG Peng^{1,2,3}

1. Laboratory of Science and Technology on Ultra-precision Aerospace Control Instrument, China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100094, China;
2. Quantum Engineering Research Center, China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100094, China;
3. Beijing Institute of Aerospace Control Devices, Beijing 100094, China

Abstract: There is an urgent need to develop the high-precision magnetic gradient instrument in the field of geological survey, military navigation, medical diagnosis and magnetic anomaly detection. In this paper, a gradient field Maxwell coil is designed to calibrate the magnetic gradient instrument. Firstly, the distribution model of the magnetic field of gradient field Maxwell coil is derived by using the Biot-Savart's Law. Then the distribution maps of the magnetic field intensity, the magnetic field gradient and the contour are drawn by the numerical simulation. The results show that the uniform region of the magnetic gradient produced by the gradient field Maxwell coil is 0.602 m^2 , 15 times that of the anti-Helmholtz coil, and the uniformity of magnetic gradient produced by the gradient field Maxwell coil is also better than that of the anti-Helmholtz coil.

Key words: gradient field Maxwell coil; anti-Helmholtz coil; magnetic field; magnetic field gradient

1 引言

磁场的精密测量在多个领域有着重要应用, 比如地质勘探、军事导航、医学诊断、目标磁异探测、工业制造等^[1-2]。由于磁性目标引起的磁异常随探测距离的三次方衰减, 单纯依靠单台磁力仪灵敏度的提升难以加大探测距离, 而采用差分探测等技术手段获得磁性目标的磁场梯度信息可大幅提高磁性目标的探测距离, 因此研制高精度的磁场梯度测量装置具有重要意义^[3]。其中一个必需且重要的环节是产生均匀梯度

磁场, 用以对磁场梯度测量装置进行标校。

产生磁场梯度的方法包括两类, 一类是选择一块地磁环境平稳的区域, 在测线上放置铁块产生铁磁异常, 用作磁梯度的测试^[4-5], 该方法需要的测试空间比较大, 而且地磁环境平稳的区域也不容易找到; 另一类是利用通电线圈产生磁场梯度^[6-7], 该方法占用空间小, 测试灵活, 但是磁场梯度受线圈形状、距离、电流等因素的影响, 需要精心设计, 磁场梯度通常采用反亥姆霍兹线圈和梯度场麦克斯韦

收稿日期: 2019-01-25 修回日期: 2019-08-03

基金项目: 国防科技基金资助项目(0343007)

通讯作者: 孙晓洁 E-mail: sunny080013@163.com

线圈的设计方法。因为梯度场麦克斯韦线圈产生的磁场是由两个非线性磁场的矢量叠加而成, 磁感应强度分布比较复杂, 不能用初等函数来表示, 这对理论分析造成一定困难, 进而在分析磁场梯度时, 缺少有利的工具^[8]。

本文首先推导出梯度场麦克斯韦线圈的解析解, 然后利用数值模拟该梯度场麦克斯韦线圈的磁场分布, 使解的形式直观化、可视化, 得到该线圈在 xoy 平面上的磁场强度分布、磁场梯度分布及等值线图, 设计出磁场梯度值为 10^{-4} mT/mm、均匀区域 0.602 m²、标准方差 0.0053 的梯度场麦克斯韦线圈。通过与反亥姆霍兹线圈产生的磁场梯度进行比较, 在相同的线圈匝数、激励电流和线圈半径条件下, 梯度场麦克斯韦线圈产生的磁场梯度均匀区域比反亥姆霍兹线圈产生的磁场梯度均匀区域大 15 倍, 且磁场梯度的均匀性也优于反亥姆霍兹线圈。本文的研究工作对磁场梯度的理论研究、设计分析和生产实践具有重要参考价值。

2 理论模型

如图 1 所示, 梯度场麦克斯韦线圈由两个完全相同、彼此平行且共轴放置的载流环构成, 每个载流环的线圈匝数为 N , 载流环半径为 $\sqrt{4/7}R$, 载流线圈的间距等于 $2\sqrt{3/7}R$, 当两线圈通过电流相反时, 两线圈中心的场为均匀梯度磁场。梯度场麦克斯韦线圈和由三个线圈构成的麦克斯韦线圈结构相似, 区别在于: (1)将半径为 R 的中心线圈去掉, 仅留下共球面上的两个外线圈; (2)将两线圈电流方向相同改为相反。

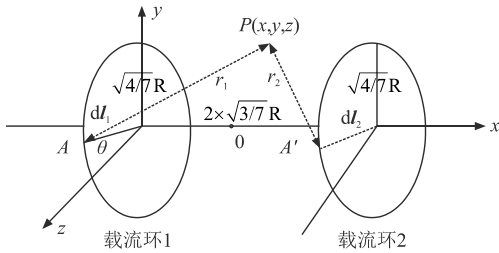


图 1 梯度场麦克斯韦线圈

建立如图 1 所示的坐标系, 取两载流环之间区域任一点 $P(x, y, z)$, 到载流环 1 上任一点 $A(-\sqrt{4/7}R/2, \sqrt{4/7}R\sin\theta, \sqrt{4/7}R\cos\theta)$ 的矢径为 r_1 , 到对应载流环 2 上的点 $A'(\sqrt{4/7}R/2, \sqrt{4/7}R\sin\theta, \sqrt{4/7}R\cos\theta)$ 的矢径为 r_2 , 所通电流 I 的线元分别为 dl_1 和 dl_2 。

梯度场麦克斯韦线圈产生的各分量磁场由两个载流环共同激发(叠加)而成, 因为通过两载流环的电流方向相反, 两分量磁场是相减的形式, 根据毕奥-萨伐儿定律

$$\mathbf{B}_p = \frac{\mu_0 N}{4\pi} \int \frac{Id\mathbf{l}_1 \times \mathbf{r}_1}{r_1^3} - \frac{\mu_0 N}{4\pi} \int \frac{Id\mathbf{l}_2 \times \mathbf{r}_2}{r_2^3} \quad (1)$$

可得各分量:

$$\begin{aligned} B_x &= \sqrt{\frac{4}{7}} \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \cos\theta + y \sin\theta - \sqrt{4/7}R}{r_1^3} d\theta \\ &\quad - \sqrt{\frac{4}{7}} \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \cos\theta + y \sin\theta - \sqrt{4/7}R}{r_2^3} d\theta \\ B_y &= \sqrt{\frac{4}{7}} \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x + \sqrt{3/7}R) \sin\theta}{r_1^3} d\theta \\ &\quad - \sqrt{\frac{4}{7}} \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x - \sqrt{3/7}R) \sin\theta}{r_2^3} d\theta \\ B_z &= \sqrt{\frac{4}{7}} \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x + \sqrt{3/7}R) \cos\theta}{r_1^3} d\theta \\ &\quad - \sqrt{\frac{4}{7}} \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x - \sqrt{3/7}R) \cos\theta}{r_2^3} d\theta \\ \mathbf{B}_p &= B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k} \quad (2) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(x + \sqrt{3/7}R)^2 + (y - \sqrt{4/7}R\sin\theta)^2 + (z - \sqrt{4/7}R\cos\theta)^2} \\ r_2 &= \sqrt{(x - \sqrt{3/7}R)^2 + (y - \sqrt{4/7}R\sin\theta)^2 + (z - \sqrt{4/7}R\cos\theta)^2} \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \text{ 为真空磁导率。} \end{aligned}$$

3 梯度场麦克斯韦线圈磁场分析

3.1 梯度场麦克斯韦线圈的仿真

由上一节对梯度场麦克斯韦线圈的理论推导可以看出, 在载流环中间区域任一 P 点的分布 \mathbf{B}_p 不是一般的初等函数, 难以通过解析法求出其表达式。而通过 Matlab 编程避免了复杂函数求解的麻烦, 更可提高数据分析和可视化处理。依据前面分析与所建立的数学模型, 在 Matlab 中用梯形积分的方法分析磁场分布情况。取线圈匝数 $N=100$, 激励电流有效值 $I=1$ A, $R=1$ m, 则对应线圈半径为 $\sqrt{4/7}$ m, 两线圈间距为 $2\sqrt{3/7}$ m, 梯度场麦克斯韦线圈产生的磁场在 $x-y$ 平面上的分布总场(标量)及分场 B_x 和 B_y 的分布如图 2 所示, 由图 2 可见, 在两个载流环的 x 轴轴线的中间有相当大的均匀磁场梯度区域。

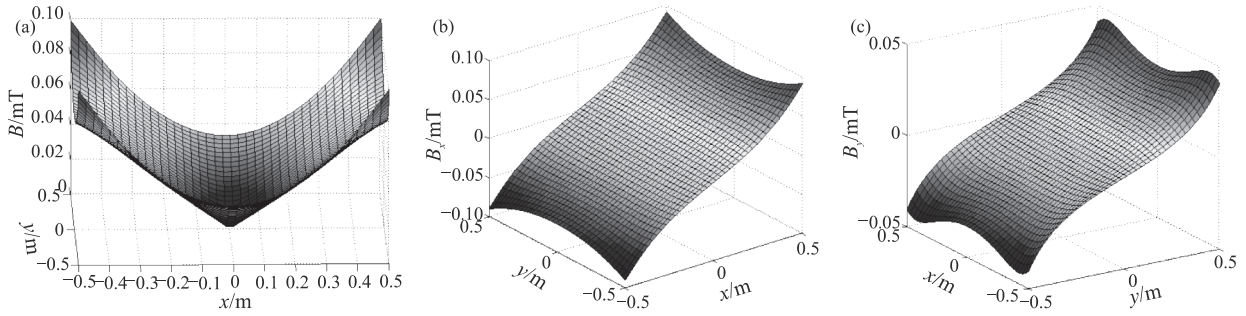


图2 梯度场麦克斯韦线圈在 x - y 平面上的磁场分布仿真: (a) B_x , (b) B_y , (c) B_z

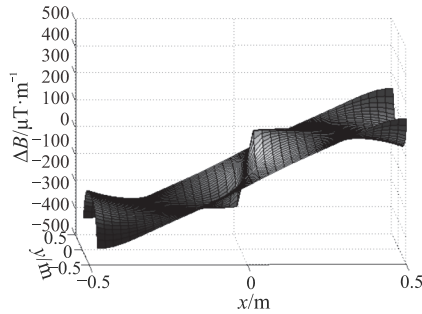


图3 梯度场麦克斯韦线圈 x 轴磁场梯度分布

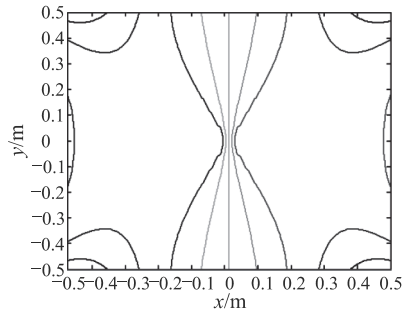


图4 梯度场麦克斯韦线圈磁场梯度等值线

利用 Matlab 画出梯度场麦克斯韦线圈 x - y 平面上的磁场梯度, 图3给出的是 x 轴磁场梯度的分布, 从图中可以看出, 利用上述线圈匝数、激励电流和线圈半径条件, 可以产生 10^{-4} mT/mm 的磁场梯度。图4为梯度场麦克斯韦线圈在 x - y 平面的磁场梯度等值线, 从图中可以看出, 磁场梯度均匀区域主要分布在 x 轴的 $(-0.45, -0.02)$ 、 $(0.02, 0.45)$ 和 y 轴的 $(-0.35,$

$0.35)$ 之间, 均匀区域达到 0.602 m^2 。

3.2 与反亥姆霍兹线圈的比较

反亥姆霍兹线圈是一种产生磁场梯度的方式, 它也是由两个完全相同、彼此平行且共轴放置的载流环构成, 与梯度场麦克斯韦线圈的区别在于线圈半径及线圈之间的距离: 反亥姆霍兹线圈的半径为 R , 两线圈之间的距离也为 R 。因为两载流环通过的电流方向相反, 其产生磁场形式也为(2)式的形式, 各方向分量:

$$\begin{aligned}
 B_x &= \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \theta + y \sin \theta - R}{r_1'^3} d\theta \\
 &\quad - \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \theta + y \sin \theta - R}{r_2'^3} d\theta \\
 B_y &= \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x + R/2) \sin \theta}{r_1'^3} d\theta \\
 &\quad - \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x - R/2) \sin \theta}{r_2'^3} d\theta \\
 B_z &= \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x + R/2) \cos \theta}{r_1'^3} d\theta \\
 &\quad - \frac{\mu_0 NIR}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(x - R/2) \cos \theta}{r_2'^3} d\theta
 \end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned}
 r_1' &= \sqrt{(x + R/2)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + (z - R \cos \theta)^2} \\
 r_2' &= \sqrt{(x - R/2)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + (z - R \cos \theta)^2}
 \end{aligned}$$

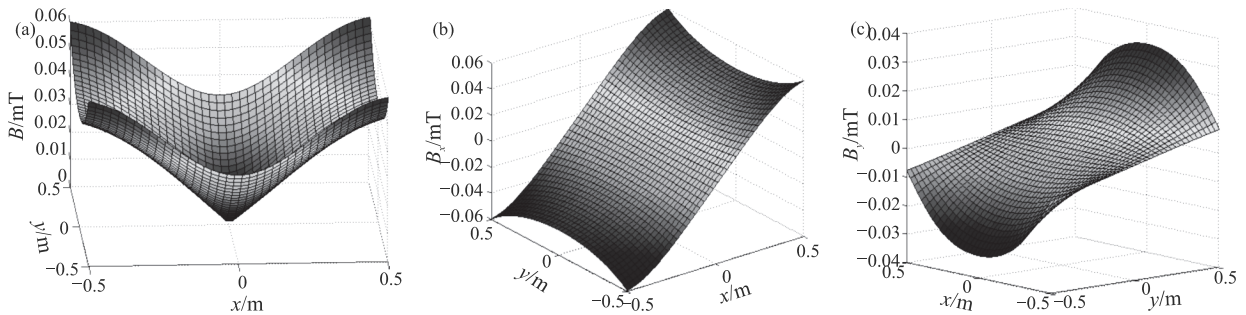


图5 反亥姆霍兹线圈在 x - y 平面上的磁场分布仿真: (a) B_x , (b) B_y , (c) B_z

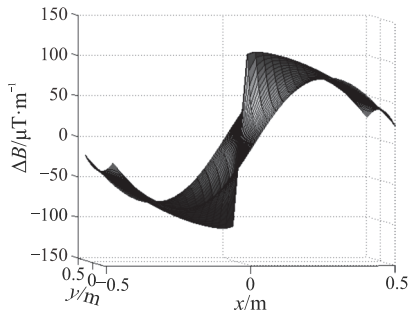


图6 反亥姆霍兹线圈 x 轴磁场梯度分布

仍然取线圈匝数 $N=100$, 激励电流有效值 $I=1\text{ A}$, 线圈半径 $R=1\text{ m}$ 等于两线圈间距, 则反亥姆霍兹线圈产生的磁场在 x - y 平面上的分布总场(标量)及分场 B_x 和 B_y 的分布如图 5 所示。

利用 Matlab 画出反亥姆霍兹线圈 x - y 平面上的磁场梯度, 图 6 为 x 轴磁场梯度分布。可以看出, 反亥姆霍兹线圈的磁场梯度均匀性并不理想, 与图 3 相比, 梯度场麦克斯韦线圈产生的 x 轴磁场梯度均匀度优于反亥姆霍兹线圈。

图 7 为反亥姆霍兹线圈在 x - y 平面的磁场梯度等值线, 与图 4 比较, 比梯度场麦克斯韦线圈产生的磁场梯度均匀区域要小, 主要分布在 x 轴的 $(-0.15, -0.05)$ 、 $(0.05, 0.15)$ 和 y 轴的 $(-0.1, 0.1)$ 之间, 均匀区域为 0.04 m^2 , 是梯度场麦克斯韦线圈产生磁场均匀区域的 $1/15$ 。利用标准方差 δ 表示线圈磁场梯度的不均匀度, 则 δ 越小, 线圈磁场梯度均匀度越高。取 x 轴 $(0.05, 0.15)$ 和 y 轴 $(-0.1, 0.1)$ 之间的等磁场梯度区域, 反亥姆霍兹线圈对应的标准方差 $\delta=0.0066$, 而梯度场麦克斯韦线圈对应的标准方差 $\delta=0.0053$, 定量反映了梯度场麦克斯韦线圈优于反亥姆霍兹线圈。

4 结语

开展磁场梯度的分布及均匀性研究, 对科学探索、设计分析和生产实践意义深远。本文以毕奥-萨伐儿定律为基础, 推导出梯度场麦克斯韦线圈产生的各分量磁场的数学表达式, 并利用 Matlab 软件直观地展示了磁场分布。在此基础上, 分别分析了梯

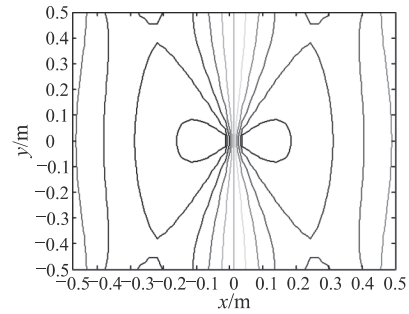


图7 反亥姆霍兹线圈的磁场梯度等值线

度场麦克斯韦线圈和反亥姆霍兹线圈所产生磁场分布、磁场梯度分布和磁场梯度等值线, 比较了两种线圈产生磁场梯度的均匀区域与均匀性。仿真结果表明, 梯度场麦克斯韦线圈比反亥姆霍兹线圈产生的磁场梯度均匀区域大 15 倍, 磁场梯度均匀性也优于反亥姆霍兹线圈。本文所提出的梯度场麦克斯韦线圈可解决高精度磁场梯度仪的标校问题。

参考文献:

- [1] 孙晓洁, 寇军, 张笑楠, 等. 地磁导航技术研究进展[J]. 导航与控制, 2016, 15(6): 1-6.
- [2] Rocha T J, Ramos H G, Lopes Ribeiro A, et al. Magnetic sensors assessment in velocity induced eddy current testing [J]. Sensors and Actuators a-Physical, 2015, 228: 55-61.
- [3] Xu S J, Rochester S M, Yashchuk V V, et al. Construction and applications of an atomic magnetic gradiometer based on nonlinear magneto-optical rotation [J]. Rev Sci Instru, 2006, 77: 083106-1- 083106-8.
- [4] 窦子优, 程德福, 周志坚. 基于 FPGA 的光泵磁梯度仪频率测量方法[J]. 传感技术学报, 2018, 31(2): 170-174.
- [5] 刘欢, 董浩斌, 葛健, 等. 基于 Overhauser 效应的磁场梯度探测器[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(3): 592-600
- [6] 周建, 金建, 刘道军, 等. Matlab 仿真在亥姆霍兹线圈磁场测量实验中的应用研究[J]. 皖西学院学报, 2017, 33(2): 50-53.
- [7] 黄松涛, 张伟, 张鹏飞, 等. 基于亥姆霍兹线圈的大尺寸均匀电磁场模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(2): 203-208.
- [8] 张伟. 基于有限元法对亥姆霍兹线圈磁场的分析[J]. 西安文理学院学报(自然科学版), 2009, 12(3): 77-80.

作者简介: 孙晓洁(1982-), 女, 江苏徐州人, 高级工程师, 博士, 研究方向为原子磁力仪、磁场梯度测量等。